



**Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
(IMST-Fonds)**

S2 „Grundbildung und Standards“

Mathematik formuliert von Schüler/innen für Schüler/innen

Dr. Andrea Reinisch

**Bundesfachschule/Höhere Bundeslehranstalt
für Wirtschaftliche Berufe Mureck**

Mureck, Juli 2010

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	2
ABSTRACT	3
1 PROJEKTENTSTEHUNG	4
1.1 Ausgangssituation des Projektes	4
1.2 Ziele des Projektes.....	4
1.3 Bezug des Projektes zum Grundbildungsaspekt.....	5
2 PROJEKTVERLAUF	6
2.1 Projektbeschreibung	6
2.1.1 Projektphase 1: Lernphase	6
2.1.2 Projektphase 2: Formulierungsphase	7
2.1.3 Projektphase 3: Veröffentlichung und Präsentation der Ergebnisse	8
2.2 Evaluation und Reflexion	8
2.3 Arbeitsaufträge.....	9
2.4 Ergebnis.....	11
3 LITERATUR.....	12

ABSTRACT

Dieses Projekt hat zum Inhalt, mathematische Lehr- und Lernmaterial für diesen Schultyp zu entwickeln, bei dem die Formulierung von Lernaufgaben von den Denk- und Problemlösungsstrategien und von den sprachlichen Formulierungen der Schüler/innen der HBLW Mureck ausgeht.

Die Schüler/innen nutzen ihre altersadäquate Formulierungskompetenz um Aufgabenstellungen aus dem Kapitel Trigonometrie zu entwickeln, die ihren Peers eine selbstständige Bearbeitung und Lösung von mathematischen Aufgaben ermöglichen sollen.

Schulstufe: 11. Schulstufe
Fach: Mathematik und angewandte Mathematik
Kontaktperson: Andrea Reinisch
Kontaktadresse: HBLW Mureck
Süssenbergerstrasse 27
8480 Mureck
andrea.reinisch@hlw-mureck.at

1 PROJEKTENTSTEHUNG

1.1 Ausgangssituation des Projektes

Ausgangssituation für das Unterrichtsprojekt war die Beobachtung, dass viele Schüler/innen an der Höheren Lehranstalt für wirtschaftliche Berufe Mureck die Formulierung von Aufgabenstellungen in den gängigen Mathematik-Büchern als „zu kompliziert“ oder sogar „unverständlich“ bezeichnen, und dass die Textaufgaben umfangreiche Erklärungen durch die Lehrerin erfordern, bevor die Jugendlichen mit dem Nachdenken über die Lösung des mathematischen Problems überhaupt beginnen können. Die Formulierung von mathematischen Problemen und Aufgabenstellungen stellt offenbar (zu?) hohe Anforderungen an die sprachliche Verstehens-Kompetenz der Schüler/innen, beim Verbalisieren von möglichen Lösungswegen ergibt sich ein ähnliches Bild für die aktive Sprachkompetenz. Es handelt sich jedoch durchwegs um Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als Erstsprache.

1.2 Ziele des Projektes

Angeregt durch fachdidaktische Initiativen wie „Via_MATH“ (vgl. IMST Newsletter Jg.7, Ausgabe 25/2008, S. 13ff) entstand der Plan, mathematische Lehr- und Lernmaterialien für diesen Schultyp zu entwickeln, bei dem die Formulierung von Lernaufgaben auf den Denk- und Problemlösungsstrategien und den sprachlichen Formulierungen, die Schüler/innen der HBLW Mureck verwenden, basieren würde.

Ziel des Jahresprojekts war die Entwicklung von Lernmaterialien zu einem Kapitel aus dem Lehrstoff des Unterrichtsfachs Mathematik und angewandte Mathematik, die selbständiges Mathematik-Lernen eher ermöglichen sollen als die aktuell verfügbaren Lehrbücher.

Anhand des Kapitels Trigonometrie sollten von den Schüler/innen des dritten Jahrganges zwanzig Beispiele formuliert werden. Denk- und Lösungswege der Schüler/innen sollten angeregt werden und gleichzeitig sollte fächerübergreifend mit Deutsch ihre Sprachaufmerksamkeit entwickelt werden, indem die Formulierungen diskutiert und niedergeschrieben werden.

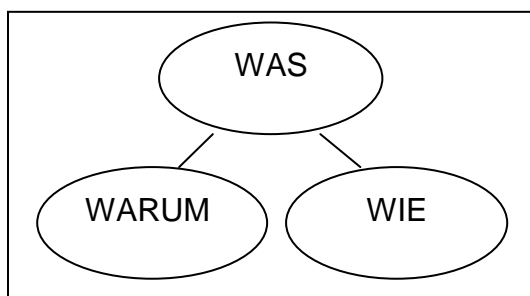
1.3 Bezug des Projektes zum Grundbildungsaspekt

Der Zusammenhang des Projektes mit dem „Dynamischen Konzept für mathematisch-naturwissenschaftliche Grundbildung“ (Vgl. IMST Newsletter Jg.2, Ausgabe 8/2003, Sonderteil) ergibt sich durch die Auseinandersetzung mit folgenden Fragen:

WAS sollen Schüler/innen können?

WIE sollen Schüler/innen lernen, damit ihnen solides mathematisches und naturwissenschaftliches Grundwissen verfügbar bleibt?

WARUM werden gerade diese Inhalte und Kompetenzen als wichtig für die Grundbildung angesehen?



Den „Mehrwert“ für die in dieses Projekt involvierten Schüler/innen sollte die Weiterentwicklung ihrer Kompetenz im lösungsorientierten Denken, ihrer Formulierungskompetenz und ihrer Lesekompetenz (sinnentnehmendes Lesen) darstellen.

Die fächerübergreifende Zusammenarbeit mit Deutsch und Kommunikation und Präsentation sollte ferner die Nachhaltigkeit dieses Projekts sichern helfen.

Methodisch ist dieses handlungsorientierte, schülerzentrierte Projekt u.a. dem Ansatz „Lernen durch Lehren“ (LdL, Jean-Pol Martin) und der konstruktivistischen Didaktik (Kersten Reich, 2008) verpflichtet gewesen.

Die Schüler/innen sollen den neuen Lehrstoff lernen, in dem sie ihn didaktisch aufbereiten und ihren Mitschüler/innen präsentieren. Dabei werden die Lernenden selbst zu Didaktiker/innen. Einerseits spielt die Beziehung zwischen Lehrenden und Lernenden eine wesentliche Rolle aber andererseits auch die Lernumgebung.

2 PROJEKTVERLAUF

2.1 Projektbeschreibung

Das Projekt wurde von 24 Schülerinnen und 6 Schülern des 3. Jahrgangs der Höheren Bundeslehranstalt für wirtschaftliche Berufe Mureck hauptsächlich im Unterrichtsfach Mathematik und angewandte Mathematik durchgeführt.

In einer der beiden Wochenstunden aus Mathematik und Kommunikation war die Klasse in zwei Gruppen geteilt, um den Schülerinnen und Schülern ein offenes und individualisiertes Arbeiten am Projekt zu ermöglichen. Für das Projekt wurden zunächst ausgewählte Mathematikstunden verwendet und in den verbleibenden Unterrichtsstunden fand traditioneller Mathematikunterricht statt.

Das Projekt gliederte sich in drei Projektphasen:

2.1.1 Projektphase 1: Lernphase

Die Schüler/innen erlebten im Unterrichtsfach Mathematik das Kapitel „Trigonometrie“ in Form eines offenen, viabilitätsorientierten Unterrichts. Zu Unterrichtsbeginn erhielten sie unterschiedliche Arbeitsaufträge, über die sie sich dem neuen Lernstoff mit dem Ziel nähern sollten, eine möglichst große Expertise zu entwickeln. Innerhalb der eigenen Gruppe bereiteten sie sich dann darauf vor, zu Unterrichtsende oder in der nächsten Stunde den Mitschüler/innen der anderen Gruppe das Neuerlernte zu vermitteln. Die Gruppeneinteilung erfolgte bei jedem Arbeitsauftrag neu und es gab bezüglich der Anzahl der Gruppenmitglieder von Seite der Lehrerin keine Vorgaben. Schüler/innen unterrichteten ihre Klassenkolleg/innen und gewannen, so die Hypothese, durch das Lehren vertiefte Einsicht und Verständnis für das zu Erlernende.

Der Unterricht wurde durch den Besuch einer Genderexpertin, zusätzliches Anschauungsmaterial und Lernunterlagen aus anderen Schultypen bereichert.

2.1.2 Projektphase 2: Formulierungsphase

Aus dem Kapitel Trigonometrie wurden von den Schüler/innen in Gruppenarbeit zwanzig Textaufgaben umformuliert oder neu erstellt.

Bei der Erstellung der Textaufgaben wurden die Schüler/innen darauf hingewiesen auf die folgenden didaktischen und fachlichen Fragen Bedacht zu nehmen (vgl. Blömeke 2006):

- Welche Bedürfnisse der Schüler/innen spricht die Aufgabe an? (Ansprechen von Bedürfnissen)
- Wie ist die Aufgabe zu strukturieren, damit möglichst alle Schüler/innen gefordert werden und einen Erfolg erzielen können? (Potential zur inneren Differenzierung)
- Ist die Aufgabe in die Lebenswelt der Schüler/innen eingebettet? (Repräsentation einer authentischen Situation)
- Werden bei den Lernenden Denkaktivitäten ausgelöst, die zu mathematischen Problemlösungen führen können? (Förderung von Problemlösefähigkeit)
- Welche Art der Interaktion ist erforderlich, um das Problem zu lösen? (Soziale Interaktion)

Die neu gewonnenen Beispiele wurden selektiert und gemeinsam mit einer Genderexpertin überarbeiteten die Schüler/innen die so gewonnen Beispiele bezüglich einer gendergerechten Formulierung.



Die Schüler/innen arbeiteten somit einerseits gemeinsam daran, die Probleme für sich zu lösen, nutzen aber andererseits auch ihre altersadäquate Formulierungs-

kompetenz auch dafür, Aufgabenstellungen zu entwickeln, die ihren Peers eine selbstständige Bearbeitung und Lösung von mathematischen Aufgaben künftig besser ermöglichen soll. Die Weiterentwicklung der Kompetenz im lösungsorientierten Denken, der Lese- und der Formulierungskompetenz sollte den Mehrwert für die in das Projekt involvierten Schüler/innen darstellen. Weiters sollte ihre Sprachaufmerksamkeit bei der Diskussion (mit Gleichaltrigen und Lehrkräften!) über die Formulierung der Texte geschärft werden.

2.1.3 Projektphase 3: Veröffentlichung und Präsentation der Ergebnisse

Die neu gewonnenen Beispiele wurden den beiden vierten Jahrgängen und der vierten Klasse der BAKIP Mureck zur Durchsicht und für Verbesserungsvorschläge vorgelegt.

Künftige Schüler/innen der HLW Mureck werden die neu erstellten Beispiele als zusätzliches Lernmaterial zur Verfügung gestellt bekommen.

Das Projekt war mit Ende Mai dieses Schuljahres abgeschlossen.

2.2 Evaluation und Reflexion

Das Erreichen der Ziele wurde durch die Entstehung von zwanzig umformulierten beziehungsweise neu entstanden Beispielen erreicht.

Der Erfolg dieses Projektes wurde einerseits durch eine schriftliche Befragung der am Projekt beteiligten Schüler/innen ersichtlich und ist durch Abzählen der ausgearbeiteten Beispiele erkennbar. Weiters fand ein Schularbeiten-Notenvergleich mit der im vorangegangenen Schuljahr zum Lehrstoff Trigonometrie durchgeführten Schularbeit statt und es konnte ein deutlich niedrigerer Klassen-Notendurchschnittswert für dieses Schuljahr errechnet werden.

Der Klassen-Notenmittelwert bei der Schularbeit zum Lehrstoff Trigonometrie im Schuljahr 2009/10 betrug 3,2 und in diesem Schuljahr 2,4.

Auszugsweise drei Kommentare von zwei Schülerinnen und einem Schüler aus dem Feedback:

- „Die Teilung im Unterricht war super. Die Dinge eigenständig zu erarbeiten war zwar manchmal anstrengend, aber so habe ich mir die Trigonometrie besser gemerkt, da ich mich in dieses Kapitel „hineinknien“ musste.“
- „Das offene Lernen war eine gute Idee. Durch die Zusammenarbeit mit den Mitschüler/innen konnten sich die Schwächeren Tipps von den Stärkeren holen.“
- „Durch die Gruppenarbeit musste ich mehr am Unterricht beteiligt sein, so habe ich zuhause für diese Schularbeit weniger lernen müssen als sonst und die Schularbeitennote ist besser ausgefallen als normal.“

2.3 Arbeitsaufträge

Folgend werden 2 Arbeitsaufträge welche in zwei Supplierstunden erteilt wurden angeführt:

Arbeitsauftrag I: „Unterschiedliche Zugänge zu unterschiedlichen Zeiten bei annähernd derselben Problemformulierung zum selben Themenbereich“

Die Schüler/innen sollten zwei Textaufgaben aus Mathematik-Schulbüchern aus verschiedenen Zeiten heraussuchen, die unterschiedliche Zugänge zu unterschiedlichen Zeiten illustrieren.

Die Klasse einigte sich auf die folgenden beiden Beispiele

- Das erste Beispiel stammt aus dem Jahr 1943 und ist dem 2. Band des *Mathematischen Unterrichtswerks für Höhere Schulen, Arithmetik u. Geometrie* entnommen: Schiffsortung bei Versegelung:

Wenn man gleichzeitig drei auf der Schiffskarte deutlich bezeichnete Landmarken anpeilen kann, dann werden die drei Peilstrahlen wegen der Ungenauigkeit bei der Winkelmessung und der Zeichnung gewöhnlich nicht in einem Punkte zusammentref-

fen, sondern ein „Fehlerdreieck“ bilden. Als Schiffsort nimmt man dann den Mittelpunkt des Inkreises (Schnittpunkt der Winkelhalbierenden) an.

Führe das folgende Beispiel durch: Drei Landmarken A, B, C sind durch die Netzzahlen A (x=1, y=4), B = (x=1,5, y=2), C (x=5, y=1) (Maße in cm) gegeben. Man peilt vom Schiff A unter 283° rw., B unter 250° rw. und C unter 214° rw. an.

Bestimme den Schiffsort. Verwende Millimeterpapier.

- Das zweite Beispiel findet sich 2010 im Schulbuch *Mathematik für Höhere Lehranstalten* (2. Bd.):

Mit Hilfe des LORAN-C-Systems (Long Range Aid to Navigation) bestimmen Schiffe ihre Position auf See. Das Schiff empfängt dabei von zwei Radiosendern je ein Signal. Beträgt der Abstand des Schiffes von den beiden Sendern a und b, so treffen die Signale mit Verzögerungszeiten $t_1 = \frac{a}{c}$ bzw. $t_2 = \frac{b}{c}$ ($c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) am Schiff ein, das diese Verzögerungszeiten mit einer Atomuhr misst. Man berechne aus den Signalverzögerungszeiten $t_1 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ und $t_2 = 3,21 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ den Winkel ρ zwischen den beiden Peilungsgeraden, wenn die beiden Sender $s = 132 \text{ km}$ voneinander entfernt sind.

Arbeitsauftrag II: „Eine Textaufgabe umformulieren“

Die Schüler/innen sollten aus ihrem Lehrbuch (Kapitel „Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck“) ein Beispiel auswählen, das sie „nicht besonders spannend“ finden und es so umformulieren, dass Gleichaltrige sich für die neu formulierte Textaufgabe vermutlich interessieren würden.

Die Schüler/innen einigten sich auf folgendes Beispiel:

- In der vom Fußpunkt einer Kirche gemessenen Entfernung a erblickt man das Kreuz eines Kirchturms der Höhe b unter dem Sehwinkel Alpha. Wie hoch ist das Kreuz? $a=15\text{m}$, $b=23\text{m}$, $\alpha =4^\circ$

(Quelle: ARGE, Lehrbuch Mathematik 2 für Höhere Lehranstalten, 2006, Seite 112)

Nach einer Stunde, in der überlegt, diskutiert, ausprobiert und formuliert wurde, lautete das neu formulierte Beispiel wie folgt:

- Jaqueline und Kevin stehen 17m von einem Shoppingcenter entfernt. Sie beobachten, wie Heidi Klum am Dach für eine Werbeagentur posiert. Das Shoppingcenter ist 23m hoch und sie sehen Heidi unter einem Sehwinkel von 2° .
 - a) Fertige eine erklärende Skizze an.
 - b) Berechne die Körpergröße von Heidi Klum und finde heraus, ob deine Lösung stimmt.

2.4 Ergebnis

„Mathematik nicht zu konsumieren sondern aktiv zu erleben“ nach diesem Motto gestaltete sich der diesjährige Mathematikunterricht. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die gesteckten Projektziele erreicht wurden. Beispiele aus dem Kapitel Trigonometrie wurden umgeschrieben oder neu formuliert.

Mathematische Rechenaufgaben zu erstellen, darüber zu diskutieren und sie schließlich auch zu präsentieren machte den Schüler/innen offensichtlich Freude und resultierte in guten Mathematik-Noten. Überraschend viele Schüler/innen teilten in der letzten Mathematikstunde nochmals mit, dass sie in diesem Schuljahr den Mathematikunterricht als besonders angenehm erlebt haben. Unerwähnt darf also auch die Vertiefung der LehrerIn-Schüler/innen-Beziehung nicht bleiben, welche den Unterricht im kommenden Schuljahr hoffentlich positiv beeinflusst.

3 LITERATUR

ARBEITSGEMEINSCHAFT (ARGE) Mathematik (2006). Mathematik für Höhere Lehranstalten, Bd.2, Wien, Reniets Verlag.

BLÖMEKE, Sigrid/ RISSE, Jana/ MÜLLER, Christiane/ EICHLER Dana/ SCHULZ Wolfgang (2006). Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Unterrichtswissenschaften 34, 330-357 in Zeitschrift für Lernforschung, Weinheim, Juventa Verlag.

BÜCHTER, Andreas/ LEUDERS, Timo (2005). Praxisbuch – Mathematikaufgaben selbst entwickeln, Berlin, Cornelsen Verlag.

IMST Newsletter Jg.2, Ausgabe 8/ 2003, Sonderteil Grundbildung

IMST Newsletter Jg.7, Ausgabe 25/2008, S. 13ff

LUDWIG Emil/ REUSCHEL Arnulf (1943). Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen, Bd.2, Arithmetik und Geometrie, Wien, Hölder-Pichler-Tempsky.

REICH, Kersten (2008). Konstruktivistische Didaktik. Lehr und Studienbuch mit Methodenpool, Weinheim, Beltz Verlag.

ANHANG

Folgend werden zehn von den Schüler/innen neu formulierte Beispiele angeführt.

Die Beispiele sind nach Schwierigkeitsgrad (aus Sicht der Schüler/innen) angeordnet.

Schwierigkeitsgrad: Leicht

Bsp.:1

Ein Hühnerhabicht befindet sich in einer Höhe von 70m. Er sinkt mit einem Winkel von 35° .

a) In welcher Entfernung zum Landeort muss er den Sinkflug beginnen?

b) Wie wird dieser 35° -Winkel bezeichnet?

Bsp.:2

Wir kaufen einen Computerbildschirm um € 299.-. Die Breite des Bildschirms beträgt 45cm, der Winkel zwischen der Höhe und der Bildschirmdiagonale beträgt 53° . Berechne die Diagonalenlänge und die Bildfläche des Bildschirms.

Bsp.:3

Vor dem Schulgebäude der HLW/BF Mureck befindet sich eine Rampe.

a) Überlege, welche Maße sind notwendig um die Steigung dieser Rampe zu berechnen.

b) Hole dir die Maße ein.

c) Berechne die Steigung der Rampe in Prozent.

Schwierigkeitsgrad: Mittel

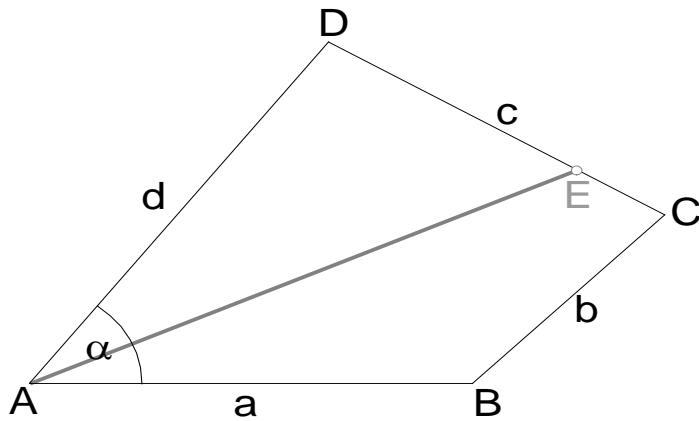
Bsp.:1

Der schiefe Turm von Pisa hatte nach Baufertigstellung eine Höhe von 54m. Momentan beträgt die Schiefelage des Turms $3,97^\circ$.

a) Berechne die Länge des Weges eines Steines, wenn dieser von der Turmspitze senkrecht nach unten geworfen wird.

b) Wenn die Neigung jährlich um 1mm bzw. um 1cm zunimmt, um wie viel Grad ist der Turm dann im Jahr 2100 geneigt?

Bsp.:2



Der Zuschauerraum einer Konzerthalle wird von der Bühne durch eine Absperrung getrennt, damit die Fans nicht auf die Bühne kommen. Die Konzerthalle soll durch eine Absperrung von A nach E im Verhältnis 1:3 aufgeteilt werden. Der Punkt E soll auf der Seite CD liegen. Ist das überhaupt möglich wenn AED die Bühne sein soll?

$$\begin{array}{lll} a = 83,0 \text{ m} & c = 74,0 \text{ m} & \alpha = 53^\circ \\ b = 52,0 \text{ m} & d = 94,0 \text{ m} & \end{array}$$

Berechne die Fläche der Konzerthalle und Länge der benötigten Absperrung.

Bsp.:3

Du sitzt in einem Boot am Wasser treibend mit Blick zum Ufer, von dem du 20m entfernt bist. Wenn du dich um 53° nach rechts drehst, siehst du Johnny Depp, der am Strand liegt, und wenn du dich nach links drehst, siehst du Keira Knightley, die ebenfalls am Strand liegt. Die beiden sind ca. 43m voneinander entfernt.

a) Du bist ein großer Fan von beiden und du möchtest ein Autogramm, zu wem hättest du den kürzeren Weg?

b) Um wie viel Grad musst du dich nach links drehen um Keira Knightley zu sehen?

Bsp.:4

Am Einheitskreis befinden sich die Punkte $A[1,25^\circ]$, $B[1,92^\circ]$ und $C[1,265^\circ]$. Diese Punkte bilden ein Dreieck. Führe alle dir möglichen Berechnungen an diesem Dreieck durch.

Schwierigkeitsgrad: Schwer

Bsp.:1

Fiona und Bernd stehen gemeinsam auf einer ca. 20% steigenden Skipiste. Fiona beschließt allein in die Talstation vorzufahren. Für diese Strecke braucht sie 40 Sek. und ihre Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 26 km/h. Bernd hat eine Körpergröße von 1,72m und Fiona von 1,77m.

Tipp: die Augen befinden sich 8cm unter der Stirn.

- a) Wie lang ist die Strecke die Fiona zurückgelegt hat.
- b) Unter welchem Höhenwinkel sieht (theoretisch) Fiona die Augen von Bernd?

Bsp.:2

Wir schauen „Alice im Wunderland“ im Kino an. Die Leinwand hat eine Größe (Meter) von 5,30 x 12,15 und befindet sich 2m über dem Boden. Lisa sitzt im vorderen Bereich des Saales und Sandra 8m hinter ihr in der letzten Reihe. Die 12m-lange Tribüne beginnt 3,4m von der Vorderwand entfernt unter 35° zu steigen.

- a) Fertige eine Zeichnung im Maßstab 1:100 an.
- b) Berechne den Seewinkel unter welchen Lisa und Sandra die Leinwand sehen. Interpretiere das Ergebnis. Wo würdest du sitzen wollen und warum?

Bsp.:3

Bungee Jumping vom 152m hohen Wiener Donauturm:

Michael will vom 152m hohen Wiener Donauturm springen. Aus Erfahrung ist bekannt, dass die Fall-Durchschnittsgeschwindigkeit mit 90 km/h angenommen werden kann. Superman, der 100 m vom Haus entfernt steht, beobachtet das Geschehen.

- a) Kann Superman Michael vorzeitig auffangen, wenn er mit 70km/h auf das Hochhaus zufliegt und er einer Reaktionszeit von 0,5sec hat?
- b) In welcher Höhe fängt Superman Michael auf, wenn beide gleichzeitig starten und Superman mit 80 km/h Richtung Michael fliegt. Berechne auch den Höhenwinkel, welchen Superman fliegen müsste um Michael vorzeitig auffangen zu können.

